

Opleiding Wiskunde

Bachelorprojecten 2016-2017

Titel: Combinatorische identiteiten gebaseerd op de Lagrange interpolatieformule.

Promotor: J. Van der Jeugt
Vak: Numerieke analyse

In de cursus "Numerieke analyse" komt veelterminterpolatie aan bod, en wordt aandacht besteed aan een aantal vormen zoals de Lagrange en Newton interpolatieformule.

Deze formules hebben veel symmetrieën, en kunnen ook gebruikt worden voor andere doeleinden dan functie-interpolatie. In het bijzonder worden ze gebruikt om allerlei combinatorische identiteiten aan te tonen.

De bedoeling van dit bachelorproject is dat de student de theorie van interpolatie herneemt, en vervolgens op basis van een aantal artikels bestudeert hoe interpolatieformules aanleiding kunnen geven tot mooie combinatorische identiteiten.

Titel: Toepassingen van genererende functies.

Promotor: J. Van der Jeugt
Vak: Numerieke analyse

In de cursus "Numerieke analyse" komen genererende functies even aan bod om coëfficiënten gemakkelijk te berekenen. Ook in andere cursussen (vooral in Relaties en Structuren - nu Discrete Wiskunde I) spelen genererende functies een belangrijke rol.

Voor dit bachelorproject is het de bedoeling dat de student op een systematische manier een stuk theorie over genererende functies doorneemt, aan de hand van een boek van H. Wilf. Vervolgens worden een aantal problemen bestudeerd die typisch kunnen opgelost worden aan de hand van genererende functies. Voor dit project is ook het gebruik van een computeralgebrapakket zoals Maple of Sage aangewezen.

Titel: Runge-Kutta-Chebyshev methoden.

Promotor: Marnix Van Daele
Vak "Numerieke analyse".

De Chebyshev-veeltermen spelen een belangrijke rol in de numerieke analyse : ze worden gebruikt voor interpolatie-doeleinden (voor de keuze van de interpolatiepunten), er bestaan kwadratuurformules die gebruik maken van nulpunten van Chebyshev-veeltermen en ze komen ook van pas bij numerieke methoden voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen.

De methode van Euler is een heel eenvoudige expliciete methode voor het oplossen van $y' = f(x,y)$. Vertrekkend van een punt (x_0, y_0) bekomt men in $x_1 = x_0 + h$ de waarde $y_1 = y_0 + h * f(x_0, y_0)$, en vervolgens berekent men in $x_2 = x_1 + h$ de waarde $y_2 = y_1 + h * f(x_1, y_1)$. Veronderstel dat men bvb. $y' = a * y$, $y(0) = 1$ wil oplossen, dan vindt men zo zeer eenvoudig dat $y_n = (1 + h * a)^n$. Stel nu dat $a < 0$ zou zijn, dan zal de exacte oplossing $y(x) = \exp(a * x)$ naar 0 naderen voor stijgende x , terwijl de numerieke oplossing in $x_n = n * h$ dit slechts

zal doen als $|1+h*a|<1$. Dit betekent dat de Euler-methode slechts voor kleine waarden van h , nl. $-2<h*a<0$ bruikbaar zal zijn. Dit vormt een serieus probleem en een middel om daaraan tegemoet te komen, is het gebruik van de theorie van Chebyshev in de constructie van expliciete Runge-Kutta methoden.

Titel: een studie van de singuliere-waarden-ontbinding

Promotor: Marnix Van Daele

Vak "Numerieke analyse".

De singuliere-waarden-ontbinding (in het Engels: Singular Value Decomposition of kortweg SVD) is een belangrijke techniek in de lineaire algebra.

Formeel komt het er op neer dat een $m \times n$ matrix M geschreven worden in termen van

- een unitaire $m \times m$ matrix U
- een rechthoekige, diagonale $m \times n$ matrix Σ
- een unitaire $n \times n$ matrix V

en wel zodanig dat $M = U \Sigma V^T$

De singuliere waarden σ_i zijn de diagonaalelementen van Σ .

Net zoals eigenwaarden iets vertellen over vierkante matrices, beschrijven singuliere waarden eigenschappen van willekeurige matrices. En net zoals het diagonaliseren van een vierkante matrix handig kan zijn vanuit theoretisch of computationeel standpunt, geldt dit evenzeer voor de singuliere-waarden-ontbinding. De techniek kan bijvoorbeeld worden gebruikt bij het berekenen van de kleinste-kwadraten-oplossing van een willekeurig stelsel van lineaire vergelijkingen, in de statistiek wordt deze techniek gebruikt in PCA (principal component analysis), in de beeldverwerking kan deze techniek gebruikt worden om aan data-compressie te doen (matrix-approximatie), ...

Referentie: bvb. hoofdstuk 5 uit het boek Matrix Computations (Golub and Van Loan)

Titel: Premiebeginsels gebaseerd op een combinatie van TV@Rs

Promotor: Michèle Vanmaele

Vak: Financiële wiskunde

De studie van premiebeginsels is een essentieel onderwerp in de actuariële wetenschap. Een premiebeginsel kan worden beschouwd als een regel om een adequate prijs, de zogenaamde premie, aan een te verzekeren risico toe te kennen. Hierbij wordt met 'adequaat' bedoelt dat de premie enerzijds hoog genoeg is om de verzekeraar tegen verliezen te beschermen, maar anderzijds niet te hoog om potentiële klanten niet te ontmoedigen. In de literatuur zijn verschillende manieren te vinden om een premiebeginsel op te stellen.

Formeel, beschouw een stochastische variabele die een verlies of een verzekeringsrisico X met de verdelingsfunctie F voorstelt. Een premiebeginsel T laat met X de waarde $T(X)$ corresponderen, die de premie is om het risico X te aanvaarden. Een eenvoudige keuze voor T is bijvoorbeeld de verwachtingswaarde van X , dus $T(X)=E[X]$, wat men het nettopremiebeginsel noemt. Dit beginsel houdt echter geen rekening met risico. Dit kan eenvoudig aangepast worden door er een zogenaamde risicolading bij op te tellen: $T(X)=E[X]+aD(X)$, $a \geq 0$, waarbij D een specifieke maat is. Een andere werkwijze bestaat in het definiëren van een functionaal T die voldoet aan een aantal eigenschappen die aanvaardbaar zijn voor premiebeginsels. Een van die

eigenschappen handelt over de zogenaamde 'tail-value-at-risk', kortweg TV@R. TV@R kwantificeert de verwachte waarde van het verlies gegeven dat er een gebeurtenis heeft plaatsgevonden buiten een gegeven waarschijnlijkheidsniveau. Nog een andere populaire aanpak is het zogenaamde 'distortion premium principle'. Bij dit premiebeginsel wordt de staartverdeling gewijzigd om een 'vervormde distributie' te bekomen die opgevat kan worden als een voor risico-aangepaste staartverdeling. In de hieronder vermelde referentie wordt nog een andere techniek voorgesteld namelijk de 'Cumulative Residual Entropy (CRE) Premium Principle'. De bedoeling van dit bachelorproject is om deze premiebeginselen te bestuderen en voor specifieke verdelingen deze te berekenen en te vergelijken.

Referentie:

Miguel A. Sordo , Antonia Castaño-Martínez, Gema Pigueiras: A family of premium principles based on mixtures of TVaRs, *Insurance: Mathematics and Economics* **70**(2016), 397-405, <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2016.07.006>

Titel: Bepaling van de rente met behulp van een convex optimalisatiemodel

Promotor: Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

De bepaling van één enkele rentecurve is een belangrijk en goed bestudeerd probleem van inverteren. Om de aannemelijke rentecurves uit de oneindige reeks van mogelijke rentecurves te selecteren, moeten voorwaartse rentevoeten worden gebruikt in de regularisatie. Door discretisatie van de rentecurve wordt het inverteringsprobleem geformuleerd als een convex optimalisatievraagstuk dat efficiënt kan opgelost worden met behulp van bestaande oplossingstechnieken. Dit convex optimalisatievraagstuk kan onder meer wissels, obligaties, certificaten van deposito's, voorwaartse rente-akkoorden en renteswaps modelleren met behulp van zowel gelijkheid- als ongelijkheidsrestricties afkomstig van vraag- en aanbodkoersen. De bedoeling is om dit convexe optimalisatievraagstuk te bestuderen op basis van het artikel vermeld in de referentie. In het bijzonder is er de vraag of er een globaal extremum kan gevonden worden of enkel een lokaal extremum.

Referentie:

Jörgen Blomvall: Measurement of interest rates using a convex optimization model, *European Journal of Operational Research* **256**(2017), 308-316, <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2016.06.011>

Titel: Berekening van evenwichtsprijzen voor een 'capital asset pricing model' (CAPM) met heterogene overtuigingen en restricties op de marge-eisen

Promotor: Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

Het 'mean-variance Capital Asset Pricing Model' (CAPM) is een handig wiskundig model om diverse financiële problemen te bestuderen. Om tot analytische oplossingen te komen moeten er heel strenge voorwaarden opgelegd worden of restrictieve onderstellingen gemaakt worden. De bedoeling van dit project is om het numerieke algoritme beschreven in het artikel vermeld in de referenties te bestuderen. Dit numeriek algoritme laat toe om een verzameling van evenwichtsprijzen van een CAPM met heterogene investeerders en willekeurige marge-eisen te berekenen zonder al te veel beperkingen. Het CAPM moet wiskundig geformuleerd worden, eigenschappen van portefeuilleselectie dienen bestudeerd te worden evenals de

asymptotische convergentie van het voorgestelde algoritme. Om het nut van het algoritme te illustreren, wordt een gevoeligheidsanalyse op een eenvoudig voorbeeld uitgevoerd. Ten slotte, kunnen ook in een numeriek luik de prestaties van het algoritme vergeleken worden met die van twee andere populaire methoden, namelijk de 'fixed point' methode en het 'brand-and-bound' algoritme.

Referentie:

Jun Tong, Jiaqiao Hu, Jianqiang Hu: Computing equilibrium prices for a capital asset pricing model with heterogeneous beliefs and margin-requirement constraints, *European Journal of Operational Research* 256(2017), 24-34, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.07.010>

Onderwerp: Benaderingsalgoritmen voor discrete optimalisatie

Promotor: Prof. Dr. Veerle Fack
Vak: Optimalisatie

Vele discrete optimalisatieproblemen zijn onhandelbare problemen, waardoor het in de praktijk niet haalbaar is om een exacte optimale oplossing te bekomen. In deze gevallen neemt men dikwijls zijn toevlucht tot benaderingsalgoritmen, die slechts een benaderende optimale oplossing bekomen. Het is de bedoeling om een aantal standaard benaderingsalgoritmen te bestuderen en toe te passen op verscheidene optimalisatieproblemen.

Titel: Maximum likelihood characterization of distributions

Promotor: Christophe Ley
Vak: Statistiek

Parameter estimation via the maximum likelihood method is a classical topic in statistics. In particular, it is well-known that the maximum likelihood estimator of the location parameter of a normal distribution is the sample average. Much less known is the fact that this actually allows to characterize the normal distribution: among all probability laws over the real line, the normal is the only one for which the sample average is always (meaning, for any sample x_1, \dots, x_n of a fixed sample size $n > 2$) the maximum likelihood estimate of the location parameter. This characterization result can be traced back to none else than the famous Carl Friedrich Gauss!

In the present project, the student will have to understand this characterization of the normal distribution (which involves tools from analysis as well as probability), search the literature for potential characterizations of other well-known probability laws, and finally get a glimpse of the historical developments that led to the "invention" of the normal distribution aka Gaussian distribution.

Titel: Statistische besluitvorming na model selectie

Promotor: Stijn Vansteelandt
Vak: Statistiek I, II III (studenten met interesse in statistisch modelleren, simulatie en/of asymptotische statistiek)

Statistische analyses maken typisch gebruik van statistische modellen. Voorafgaand worden daartoe vaak semi-automatische strategieën gebruikt om een model te kiezen dat goed bij de data past. In de verdere analyse negeert men dat, en doet men essentieel alsof men reeds op voorhand, alvorens de data er waren, wist met welk model men zou werken. Als gevolg hiervan zijn de betrouwbaarheidsintervallen die men bekomt, typisch te smal. In dit project zullen we recent onderzoek van ondermeer de gerenommeerde professor Efron bestuderen om na te gaan hoe men hiermee kan omgaan. De bestudeerde methodes zullen theoretische en/of door middel van simulatiestudies en concrete data-analyses worden geëvalueerd.

Titel: Risico van invasieve zwangerschapstesten

Promotor: Stijn Vansteelandt

Vak: Statistiek II, III (studenten met interesse in data-analyse)

In dit project wordt u betrokken in een data-analyse om na te gaan wat het risico is op miskraam ten gevolge van bepaalde invasieve zwangerschapstesten. Recente statistische technieken zullen aangewend worden om er rekening mee te houden dat de groep vrouwen die momenteel deze testen ondergaan, moeilijk vergelijkbaar zijn met vrouwen die ze niet onderging. Dit geeft aanleiding tot heel sterke problemen van confounding die enkel te corrigeren zijn via geavanceerde technieken.
